

Haga sus deducciones con prolijidad. Escriba en orden con letra legible. Una respuesta es correcta cuando tanto el método como el resultado son correctos. Cualquier método de solución correcto es válido.

Se tiene un auto A en reposo el cual es sobrepasado en cierto instante por otro auto B que se mueve a velocidad constante V_0 . Justo cuando es sobrepasado, A empieza a acelerar de manera uniforme con aceleración a_0 en la misma dirección en que se mueve B .

- (a) Determine el instante en que el auto A alcanza al auto B . ¿Cuánta distancia recorrió hasta alcanzarlo?
 - (b) Grafique la trayectoria de ambos autos en un único gráfico. Indique claramente todos los hitos relevantes.
 - (c) Si $V_0 = 50\text{km/h}$ y la aceleración de A es tal que en 10s alcanza los 50km/h, determine cuánto tiempo tarda en alcanzar a B y la distancia que recorre.
-

Solución:

Para describir los movimientos de A y B usamos un sistema coordenado que tiene como origen la posición en reposo de A y que es positivo en la dirección del movimiento de B . El origen del tiempo lo tomamos cuando B sobrepasa a A . El movimiento de B es uniforme de manera que, considerando el sistema de coordenadas usado, su posición está dada por:

$$x_B(t) = V_0 t$$

El movimiento de A es uniformemente acelerado con velocidad unicial nula, de manera que su posición es:

$$x_A(t) = a_0 t^2 / 2$$

Los dos autos se encuentran cuando $x_A(t) = x_B(t)$. Reemplazando las expresiones dadas para la trayectoria

$$a_0 t^2 / 2 = V_0 t$$

Esta ecuación tiene dos soluciones: $t = 0$ que corresponde al instante inicial en que se cruzan y $t = 2V_0/a_0$ que es cuando se vuelven a encontrar. Luego, el auto A alcanza a B en

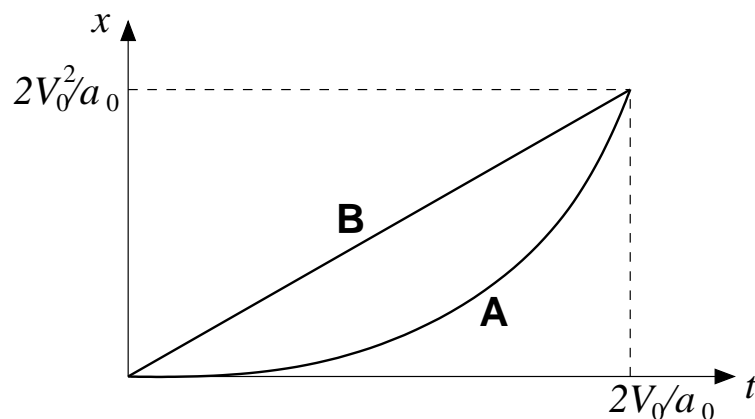
$$t^* = \frac{2V_0}{a_0}$$

La distancia que ha recorrido A se obtiene de su trayectoria, evaluando el tiempo recién obtenido

$$\begin{aligned} d &= a_0 t^{*2} / 2 \\ &= \frac{a_0}{2} \left(\frac{2V_0}{a_0} \right)^2 \\ d &= \frac{2V_0^2}{a_0} \end{aligned}$$

Se observa que este resultado también corresponde a $V_0 t^*$ pues B ha recorrido la misma distancia que A en ese instante.

El gráfico de las trayectorias corresponde a una línea recta para B que parte en $x = 0$ para $t = 0$ y termina en $x = \frac{2V_0^2}{a_0}$ para $t = \frac{2V_0}{a_0}$. La trayectoria de A es una parábola que parte en $x = 0$ para $t = 0$ con pendiente nula y llega al mismo punto final que B.



Para obtener los valores numéricos se da como dato que $V_0 = 50\text{km/h}$ pero necesitamos la aceleración a_0 . Se indica se alcanza una velocidad de 50km/h en 10s , luego

$$a_0 = \frac{50\text{km/h}}{10\text{s}}$$

Si bien se puede pasar a unidades SI, lo vamos a dejar así pues facilitará el cálculo posterior. Reemplazando en las fórmulas encontradas se tiene

$$\begin{aligned} t^* &= \frac{2V_0}{a_0} \\ &= \frac{2 \times 50\text{km/h}}{50\text{km/h}/10\text{s}} \\ t^* &= 20\text{s} \end{aligned}$$

y

$$\begin{aligned}d &= V_0 t^* \\&= (50\text{km/h}) \times 20\text{s} \\&= 1000\text{km} \times \text{s/h} \\&= \frac{1000 \times 1000\text{m} \times \text{s}}{3600\text{s}} \\d &\approx 300\text{m}\end{aligned}$$